

Kosmologie

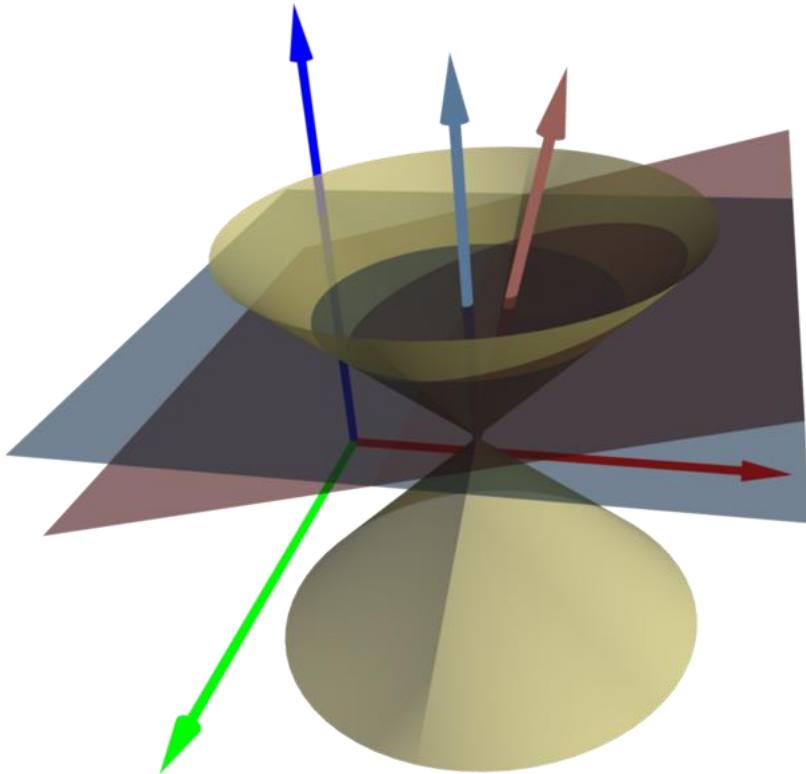
der Allgemeinen Relativitätstheorie

Seminar des Physikalischen Vereins
Frankfurt am Main
2018

Rainer Göhring



Spezielle Relativitätstheorie



Raum und Zeit

Raum-Zeit-Diagramm
(Minkowski-Welt)

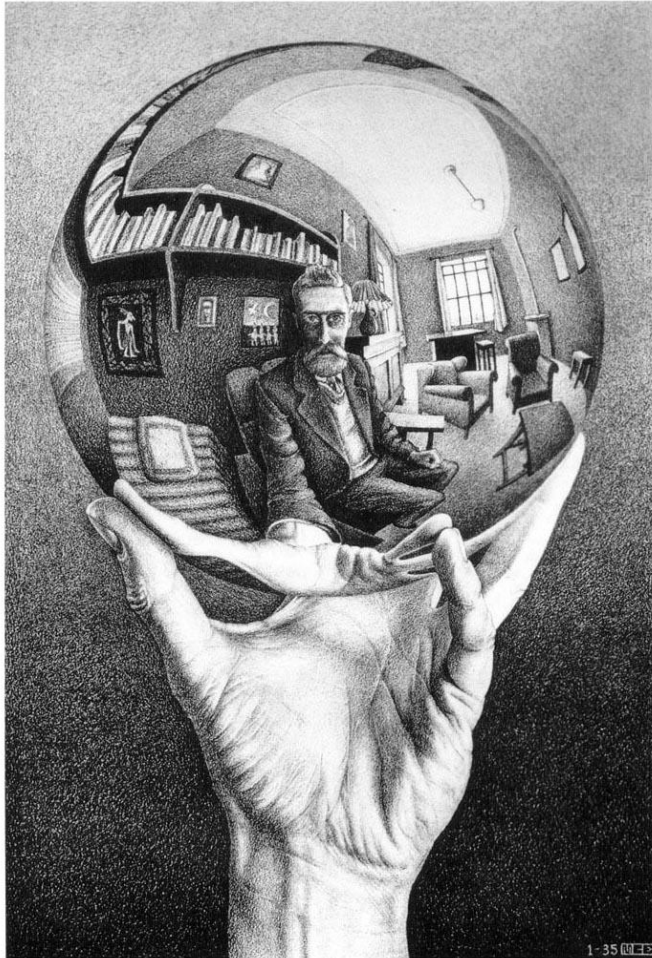
Lorentz-Transformation

Geometrie der Raumzeit

Linienelement

Grenzen der
Speziellen Relativitätstheorie

Gekrümmte Räume und Relativitätstheorie



Quelle: <http://britton.disted.camosun.bc.ca/escher>

Euklidische Geometrie

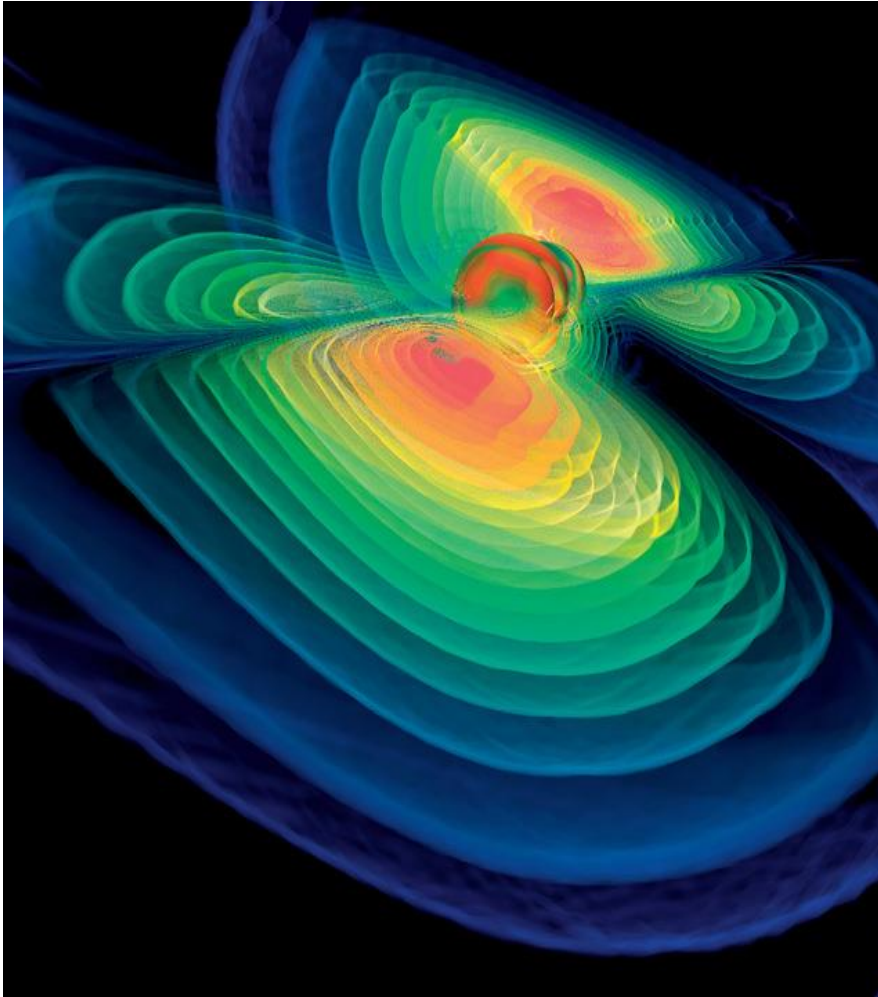
Gauß und Riemann – Geometrie
gekrümmter Räume

Schwere und träge Masse

Äquivalenzprinzip

Einsteins Gedankenexperimente:
frei fallender Fahrstuhl
Karussell

Allgemeine Relativitätstheorie



Wie kam Einstein auf seine
Feldgleichungen?

Seine Lösungen:

Periheldrehung Merkur

Lichtablenkung

Schwarzschilds Lösung der
Feldgleichungen

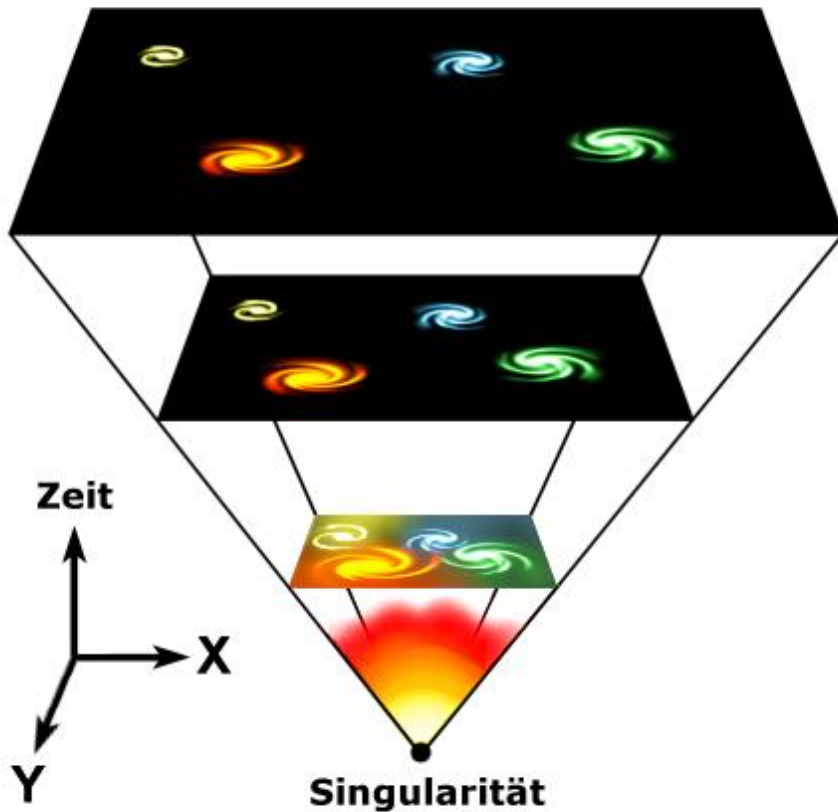
Was nicht:

schwarze Löcher

Wurmlöcher

Quelle: <http://www.weltderphysik.de>

Expandierender Raum



Quelle: Wikipedia

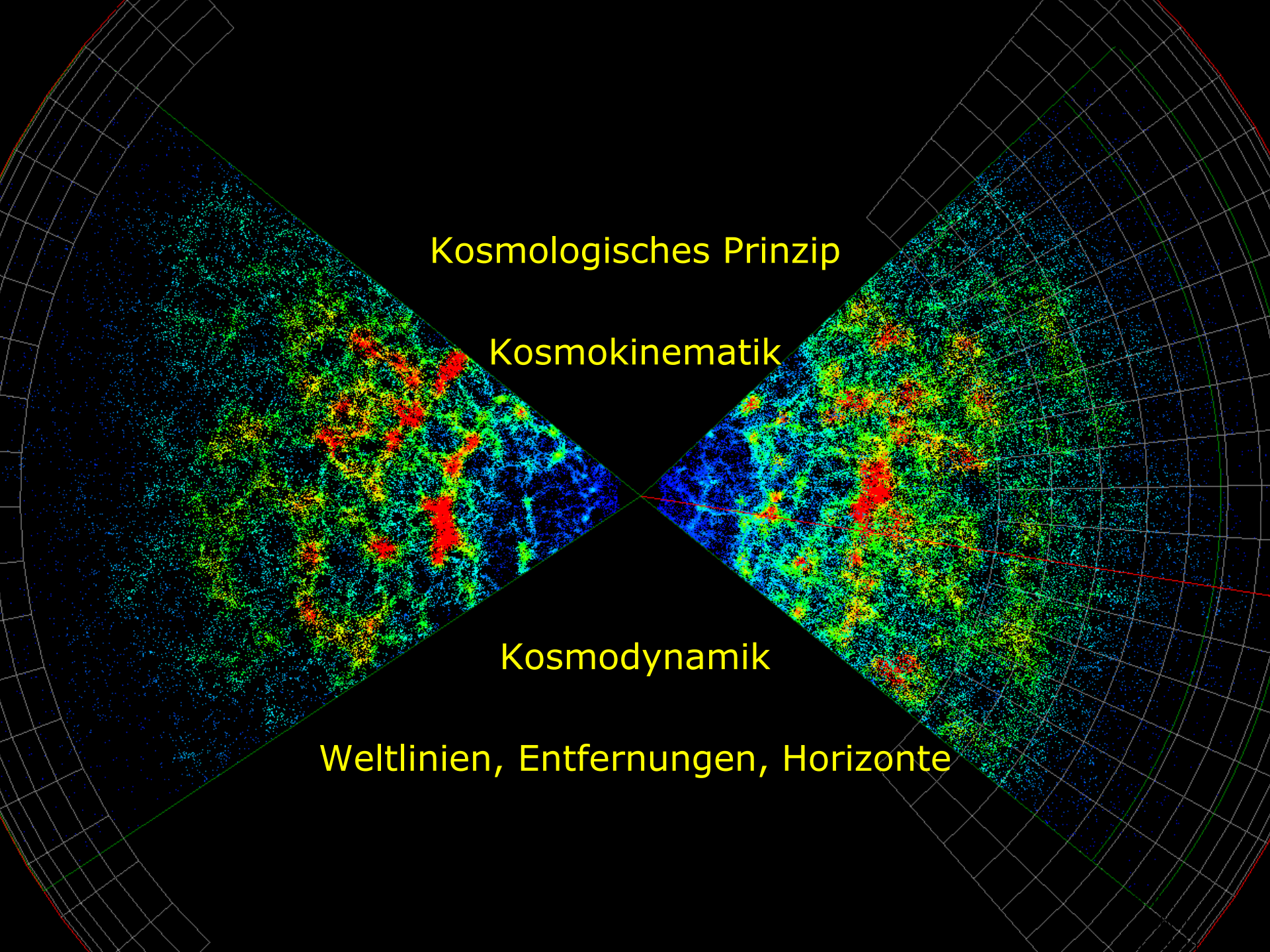
Hubbles Entdeckung der Rotverschiebung

Geschwindigkeits-Entfernungs-Gesetz

Entfernungsbestimmung

Hubble-Konstante

Alter des Weltalls



Kosmologisches Prinzip

The image is a Mollweide projection of the Cosmic Microwave Background (CMB) temperature fluctuations. It features a grid of white lines representing celestial coordinates. The background is black, and the fluctuations are shown in a color map where blue represents lower temperatures and red/yellow represents higher temperatures. The map is divided into four quadrants by a green 'X' shape. Overlaid on the map are four text labels in yellow, arranged vertically in the center. A thin red line is also visible, curving across the right side of the map.

Kosmokinematik

Kosmodynamik

Weltlinien, Entfernungen, Horizonte

Standardmodell der Kosmologie



Der Urknall

Inflationäre Phase

Nukleosynthese

Hintergrundstrahlung

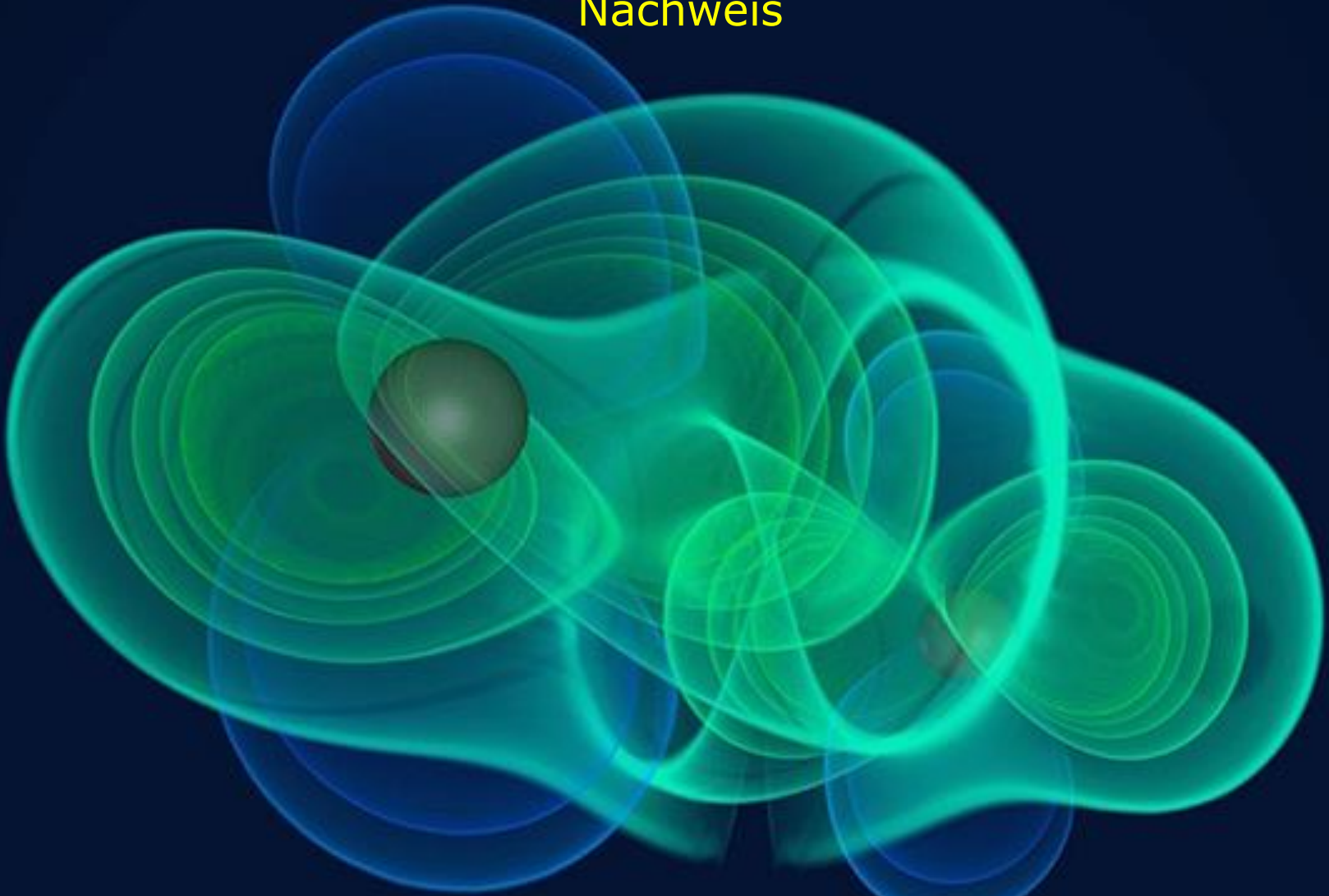
Bildung kosmischer Strukturen

Beschleunigte Expansion

Gravitationswellen

Entstehung

Nachweis



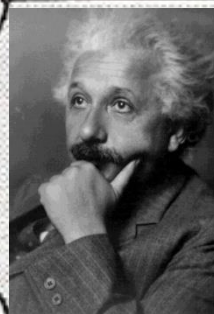
Literaturempfehlung

- **A. Einstein:** *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg Verlag 1999
- **M. Born:** *Die Relativitätstheorie Einsteins*, Springer Verlag 2003
- **E. Harrison:** *Cosmology*, Cambridge University Press 2000
- **Guth, A.:** *Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts*, Knauer 2002
- **Ferreira, P.G.:** *Die perfekte Theorie*, C.H. Beck 2014
- **Hossenfelder, S.:** *Das häßliche Universum*, S. Fischer 2018

Organisatorisches

- Teilnehmerliste, bitte eintragen
- Skriptum für Kosmologie
zu finden auf den Internetseiten des Physikalischen Vereins:
<https://www.physikalischer-verein.de/events/seminare>
- Skriptum für Spezielle Relativitätstheorie
zu finden auf den Internetseiten des Physikalischen Vereins:
<https://www.physikalischer-verein.de/events/seminare>
- Foliensätze als PDF-Datei werden rechtzeitig ins Internet gestellt unter:
<https://www.physikalischer-verein.de/events/seminare>

Raum



Zeit

Situation der Physik um 1900

- Die klassische Mechanik war abgeschlossen:
Newtonsche Gesetze der Kinematik und Statik haben sich allgemein bewährt
Das Kraftgesetz Newtons konnte mit höchster Genauigkeit die Planetenbewegungen beschreiben, mit seiner Hilfe sogar die Bahn bisher unentdeckter Objekte identifizieren.
- Die Gesetze der Akustik wurden durch die klassische Mechanik erklärt, z.B.
longitudinale Wellen in der Luft oder
longitudinale und transversale Wellen in Festkörpern.
Doppler-Effekt
- Gesetze der Thermodynamik basieren auf der klassischen (statistischen) Mechanik
Temperatur und Druck werden auf die Bewegung und Stöße von Atomen und Molekülen zurückgeführt
Thermodynamische Maschinen (Dampfmaschine) revolutionieren die Industrie

Situation der Physik um 1900

- Die Optik des Lichtes galt als abgeschlossene Theorie

Die Wellenoptik hatte sich durchgesetzt

Reflexion, Absorption und Brechung des Lichtes konnte auf die Wechselwirkung der Welle mit den Teilchen der Materie zurückgeführt werden

Aus der Wechselwirkung Licht/Materie konnte schließlich Max Planck 1900 die Quantenhypothese ableiten

- Die elektromagnetische Theorie vereinigte

Magnetismus und Elektrizitätslehre zu einer einheitlichen Theorie

Die Maxwellsche Theorie der Elektrodynamik zeigte, daß geladene schwingende Objekte elektromagnetische Wellen aussenden, die sich mit der Lichtgeschwindigkeit c fortpflanzen

Die Größe der der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich aus Feldkonstanten

- Folgerung: Licht ist eine elektromagnetische Welle

Damit konnte die Optik auf die elektromagnetische Theorie zurückgeführt werden

Ungelöste Frage:
wie pflanzt sich das Licht im leeren Raum (Weltall) fort?

Der Äther um 1900

Äther, Lichtäther, nach allgemeiner Annahme der neueren Physik ein äußerst feiner und höchst elastischer Stoff, der nicht nur im ganzen Weltraume ausgebreitet ist, sondern auch die Zwischenräume ausfüllt, durch welche die kleinsten Teilchen der Körper voneinander getrennt sind. Der Ä. ist das Mittel, durch das sich die Licht- und Wärmestrahlen fortpflanzen. Als solches müssen ihm, da derselbe Querschwingungen fortleitet, gewisse Eigenschaften eines starren Körpers zugeschrieben werden, während er andererseits wieder Eigenschaften einer Flüssigkeit zeigen soll. Im Ä. pflanzen sich auch die elektrischen und magnetischen Zustände fort, die zu den Vorgängen des Lichts in engster Beziehung stehen. Früher galt der Ä. als Imponderabilie, d.h als ein gewichtsloser Stoff. Aus der Energie der Lichtwellen hat man gefunden, daß der Ä. etwa 15 trillionenmal leichter ist als atmosphärische Luft.

Brockhaus 1901

Unabhängigkeit des Lichtes von der Bewegung

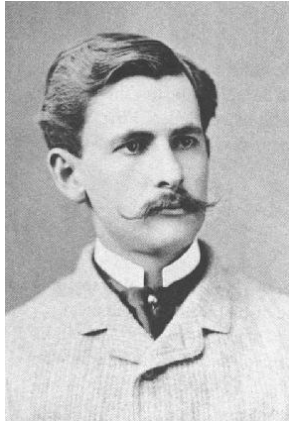
- Bei Annahme eines Äthers als Inertialsystem müßte Geschwindigkeit und Richtung der Lichtstrahlen in jedem dazu bewegten Inertialsystem anders sein.
- Alle dazu unternommenen Versuche (1. Ordnung) schlugen fehl.

Zitat [Born]:

. . . Geschwindigkeit und Richtung der Lichtstrahlen sind vollkommen unabhängig von der Bewegung des Weltkörpers, auf dem die Beobachtung durchgeführt wird; oder anders ausgedrückt, die optischen Erscheinungen hängen nur von der Relativbewegung der Körper ab.

- Experimente 2. Ordnung (β^2) sollte die Entscheidung bringen.

Michelson-Morley-Experiment



Albert Abraham Michelson
(1852 – 1931)



Edward Williams Morley
(1838 – 1923)

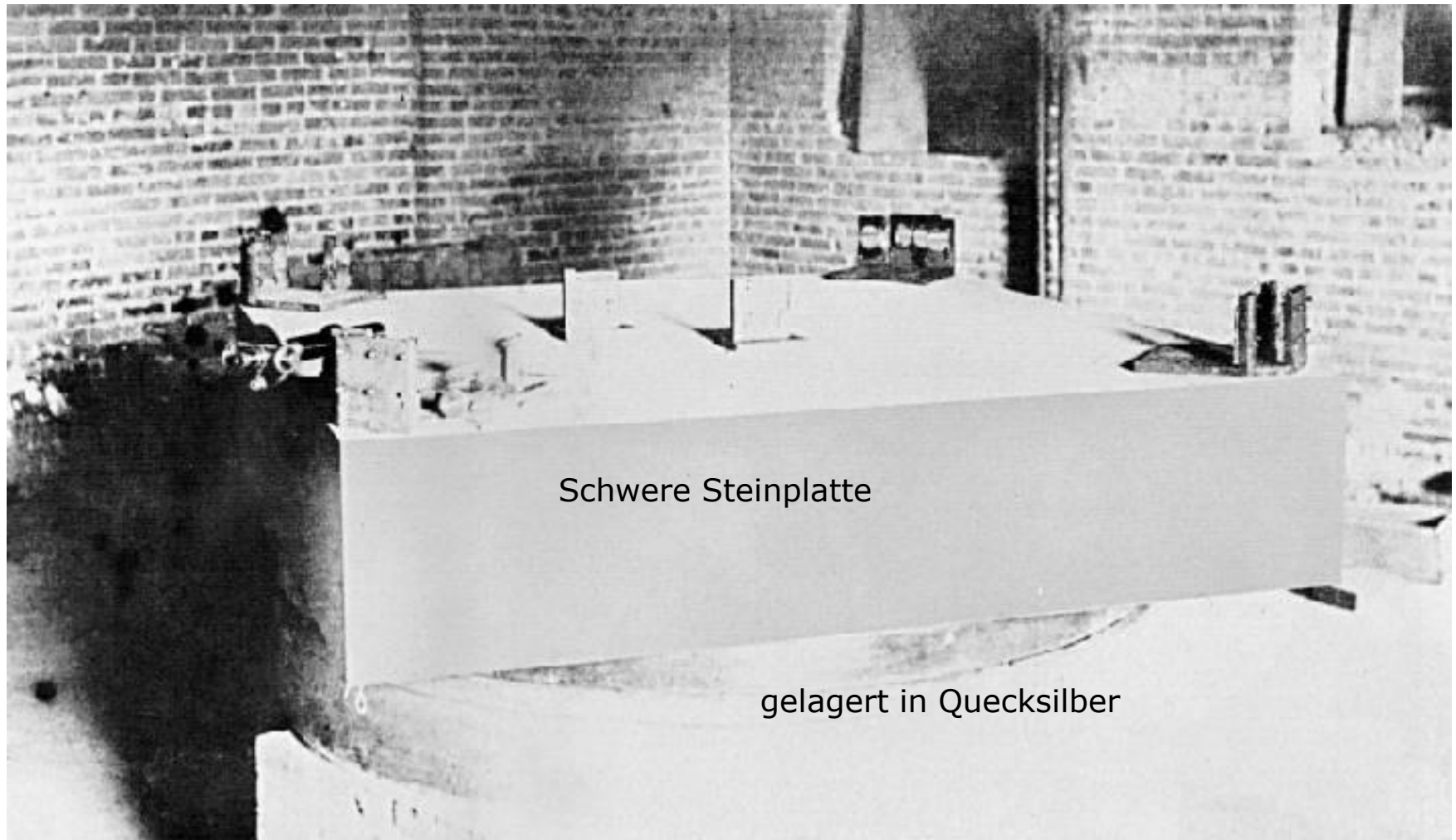
- Michelson und Morley konzipierten einen Versuch zum Nachweis von Effekten 2. Ordnung (β^2).
- Erste Ausführung von Michelson alleine 1881 in Potsdam.
- 1887 wurde es zusammen mit Morley und Miller in Cleveland/Ohio mit höchster Präzision durchgeführt.
- Michelson erhielt 1907 den Nobelpreis für Physik für seine optischen Präzisionsinstrumente und damit durchgeführte Beobachtungen.

Michelson-Interferometer in Potsdam



Quelle: Wikipedia

Versuchsaufbau in Cleveland



Quelle: <http://www.orgonelab.org/miller.htm>

Parameter des Versuches

- Versuchsbedingungen

Wellenlänge des Lichtes

$$\lambda = 5,9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

Lichtweg durch Mehrfachreflektion verlängert auf

$$d = 11 \text{ m} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ cm}$$

Der Wert für β^2 ergibt sich aus der Umlaufgeschwindigkeit der Erde um die Sonne v und der Lichtgeschwindigkeit c zu

$$\beta^2 = (v/c)^2 = (30/300.000)^2 = 10^{-8}$$

Damit die Verschiebung δ der Interferenzstreifen zu

$$\delta = 2(d/\lambda)\beta^2 \approx 0,37$$

- Beobachtet wurde eine Verschiebung von $<0,01$
Verhältnis: $\approx 1:40$

Einsteins Annus Mirabilis 1905

Fünf Arbeiten, die die Welt der Physik revolutionierten:

1. Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen
(Einsteins Dissertation)
2. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen
(zur Brownschen Bewegung)
3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper
(Relativitätstheorie)
4. Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?
($E = m \cdot c^2$)
5. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt
(Quantenhypothese des Lichtes)

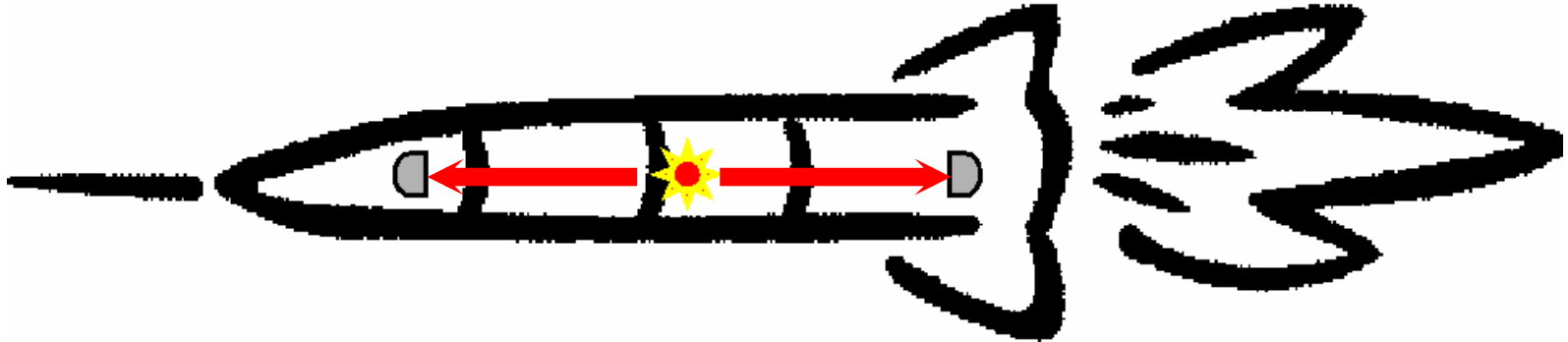
Prämissen der Speziellen Relativitätstheorie

1. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist für alle gleichförmig gegeneinander bewegten Systeme gleich groß.
2. In allen gleichförmig gegeneinander bewegten Systemen gelten durchweg die gleichen Naturgesetze (Relativitätsprinzip).

Einsteins Raum und Zeit

- Zitat [Einstein]:
„Wollen wir die Bewegung eines materiellen Punktes beschreiben, so geben wir die Werte seiner Koordinaten in Funktion der Zeit. Es ist nun wohl im Auge zu behalten, daß eine derartige mathematische Beschreibung erst dann einen Sinn hat, wenn man sich vorher darüber klar geworden ist, was hier unter "Zeit" verstanden wird. Wir haben zu berücksichtigen, daß alle unsere Urteile, in welcher die Zeit eine Rolle spielt, immer Urteile über gleichzeitige Ereignisse sind.“
- *„Zeit ist, was die Uhr zeigt“*
- Eine Aussage über Zeit oder Gleichzeitigkeit ist nur mit Hilfe von Uhren möglich.

Gleichzeitigkeit im bewegten System



Lorentz-Transformation

$$\bar{x} = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\bar{y} = y$$

$$\bar{z} = z$$

$$\bar{t} = \frac{t - \frac{v}{c^2} \cdot x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Lorentz-Kontraktion:

Länge L_R ist die im Ruhesystem gemessene Länge; L_B ist die Ruhelänge im bewegten System

$$L_R = L_B \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

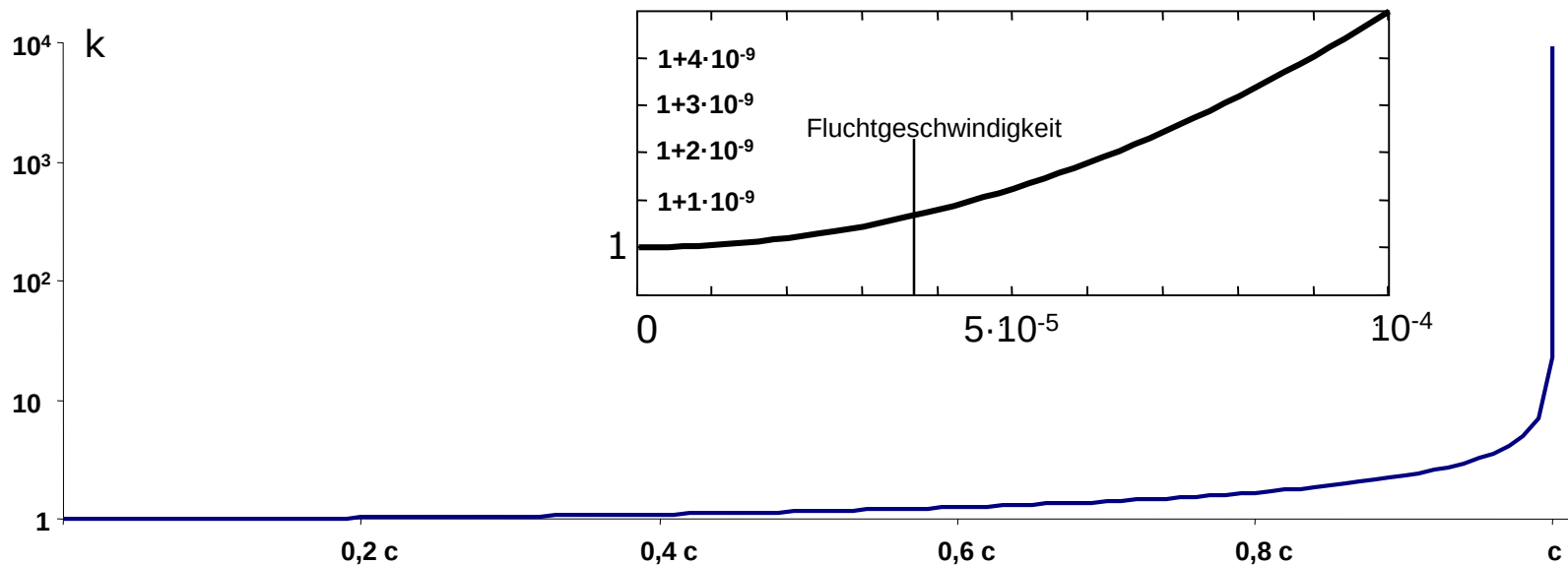
Zeitdilatation:

T_B , die Zeit, die im bewegten System vergeht; T_R ist die Zeit, die dabei im Ruhesystem vergeht:

$$T_R = \frac{T_B}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

k-Faktor in Abhängigkeit von v

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \dots$$



Lorentz-Kontraktion

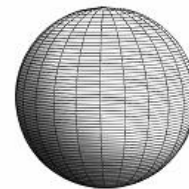
Die im Ruhesystem S gemessene Länge L_R eines bewegten Stabes mit der Länge L_B erscheint um den Betrag $(1-\beta^2)^{1/2}$ verkürzt:

$$L_R = L_B \sqrt{1 - \beta^2} = L_B \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

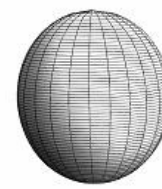
Der Stab wird nicht physisch verkürzt !!!!!

Nur die Längenmessung in S des bewegten Stabes ergibt einen kleineren Wert als seine Ruhelänge.

Einstein:
Scheinbare Kontraktion einer
bewegten Kugel



$v = 0$



$v = 2/3 c$



$v = 0,99 c$

Experimente zur Zeitdilatation

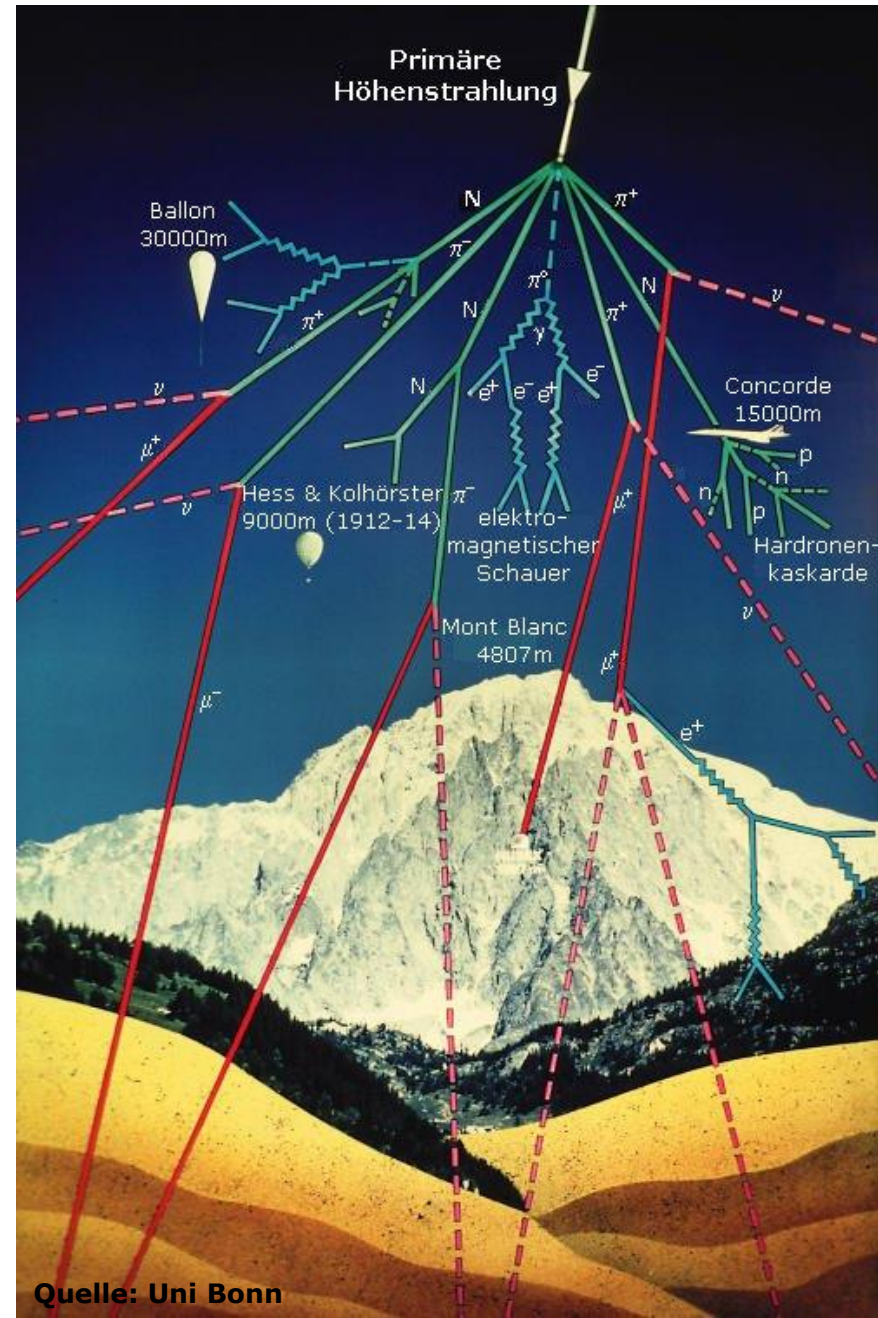
Rossi und Hall 1940



Bruno Rossi

Bruno Rossi und David Hall wiesen 1940 Myonen an der Erdoberfläche nach.

Sie entstehen in ca. 10 km Höhe in der Atmosphäre und haben eine Lebensdauer von $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$ sec.



Experimente zur Zeitdilatation

Rossi und Hall 1940

Wenn sie mit annähernd Lichtgeschwindigkeit fliegen, dann kommen sie höchstens $\tau \cdot c = 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8 \approx 600$ m weit.

Wieso können dann z.B. in Deutschland ca. 200 Myonen pro Quadratmeter und Sekunde am Erdboden nachgewiesen werden?

Die Erklärung ist die relativistische Zeitdilatation: die im Ruhesystem der Erde gemessene Zeit T_B ist länger als die Zeit τ im bewegten System:

$$T_B = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Damit die Myonen den Erdboden erreichen, muß T_B mindestens $T_B = h/v$ sein:

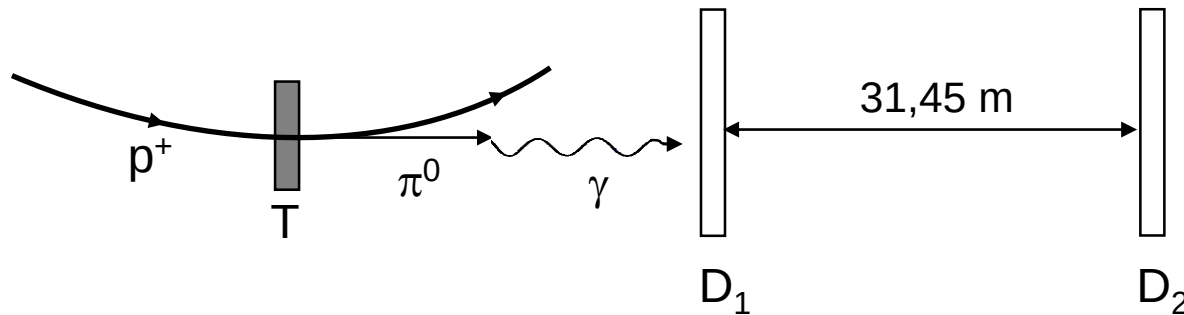
$$\frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{h}{v}$$

$$\frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{h}{\tau \cdot c} = \frac{10^4}{2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 15$$

$$v \approx 0,998 \cdot c$$

Additionstheorem der Geschwindigkeit

Alväger et al. 1966



- In dem Ringbeschleuniger von CERN trafen alle 105 nsec ein Paket schneller Protonen auf ein Metall T, wobei neutrale Pionen π^0 mit einer Energie von 6 GeV erzeugt werden, die mit nahezu Lichtgeschwindigkeit ($k=45$)* tangential wegfliegen.
- Nach einer mittleren Lebensdauer von $8 \cdot 10^{-17}$ sec zerfallen die Pionen in zwei Gammaquanten.
- Von einem schnell bewegten Teilchen werden also „Lichtstrahlen“ in und entgegen der Bewegungsrichtung abgestrahlt.
- In einem Abstand von 31,45 m, genau die Entfernung, die das Licht in 105 nsec durchläuft, werden Detektoren aufgestellt.
- Stimmt die Relativitätstheorie, so muß D_2 genau 105 nsec nach D_1 ein Signal messen.
- Dieses Ergebnis wurde auf 4 Nachkommastellen genau bestätigt!

*) $v=0,99975 \cdot c$

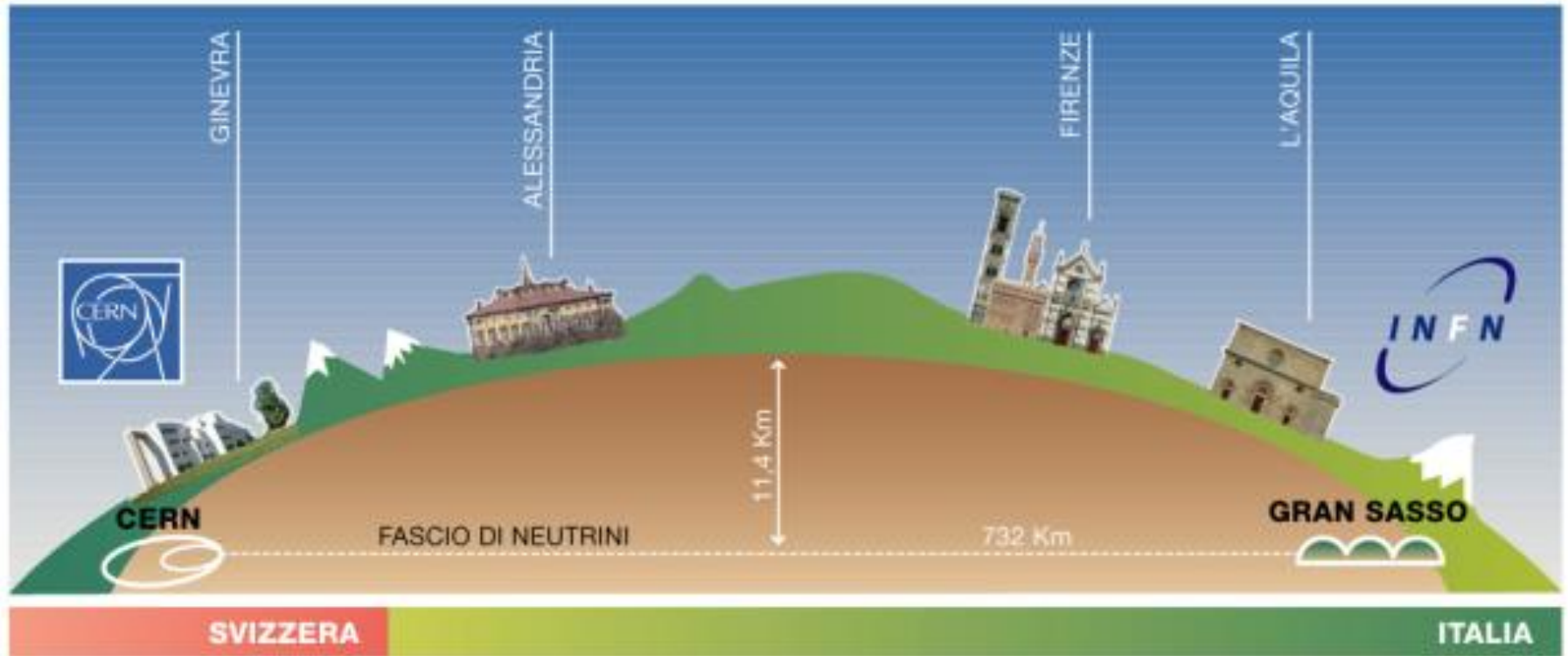
Konstanz der Lichtgeschwindigkeit



Dayton Clarence Miller

- Miller machte in der Folge von Michelson und Morley über 200.000 Versuche zur Ätherdrift, mit kleinen, aber von Null verschiedenen Ergebnissen.
- Veröffentlichung der Ergebnisse 1926
- Zitat [Einstein]
"...wenn die Miller'schen Versuche sich bestätigen sollten, so wäre die Relativitätstheorie nicht aufrecht zu halten"
- 1954 wiederholte Robert S. Shankland die Versuche und widerlegte die Ergebnisse Millers.
- Millers fehlerhafte Ergebnisse wurden auf Temperaturschwankungen zurückgeführt.

Das OPERA-Experiment 2011



Quelle: ITFN

Gemessene Geschwindigkeit der Neutrinos war größer als die Lichtgeschwindigkeit

„Mr. Tompkins in Wonderland“



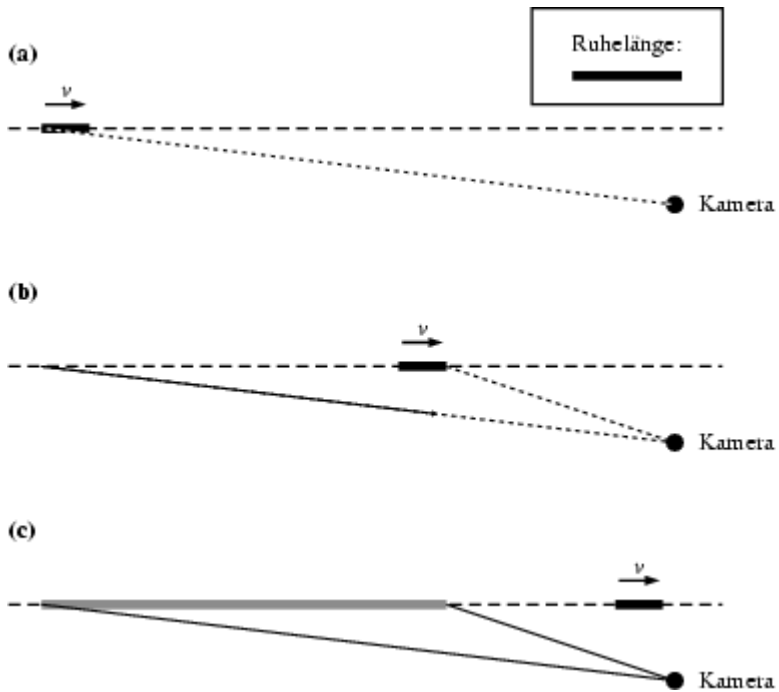
- In dem 1940 erschienenen Buch schildert G. Gamov eine Welt, in der die Lichtgeschwindigkeit auf 30 km/sec reduziert ist.
- Eine Abbildung des Buches zeigt einen Radfahrer, der mit 93 % der Lichtgeschwindigkeit am Polizisten vorbeifährt. Durch die Lorentz-Kontraktion scheint der Radfahrer um 37 % kontrahiert.
- Weder die Einsteinsche Darstellung der Kugel noch die des Radfahrers bei Gamov sind korrekt, weil die Laufzeit des Lichtes nicht berücksichtigt wurde.

Berücksichtigung der endlichen Lichtgeschwindigkeit

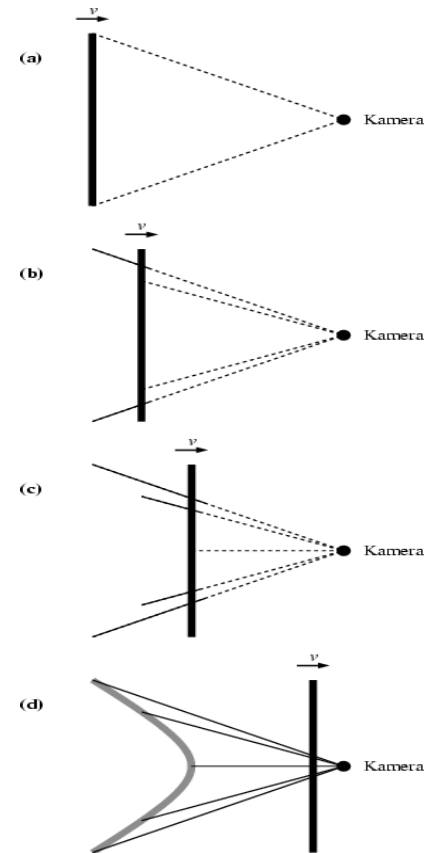
- Obwohl die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit seit Olaf Römer – 1676 – bekannt ist, wurde deren Auswirkung auf das Aussehen schnell bewegter Objekte lange Zeit nicht berücksichtigt.
- Eine Veröffentlichung von A. Lampa 1924 über das Aussehen eines schnell bewegten Stabes wurde nicht zur Kenntnis genommen.
- Erst ab ca. 1959 durch Arbeiten von R. Penrose und J. Terrel wurde das Thema systematisch angepackt.
- Mit Hilfe der Computergraphik lassen sich heute schnell bewegte komplizierte Objekte als Bild oder in Bewegung als Videosequenz darstellen.

Videsequenzen: Stab (in: <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>)

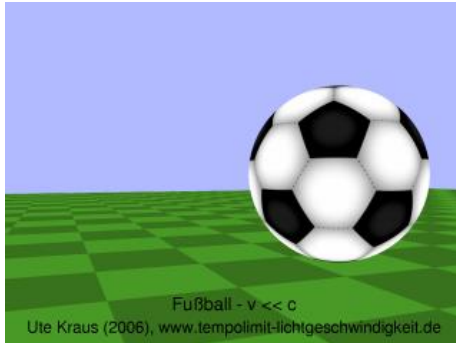
Bewegter Stab longitudinal:



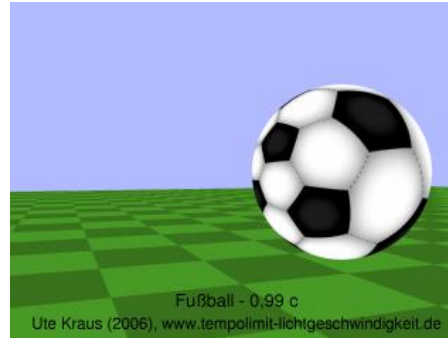
Bewegter Stab vertikal:



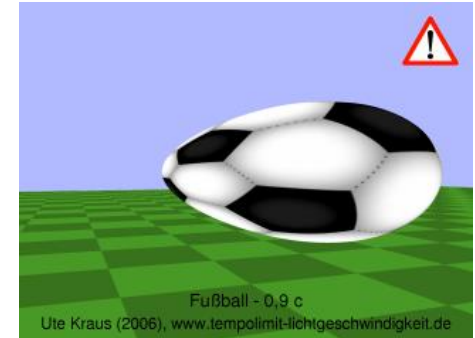
Bewegte Kugel (in: <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>)



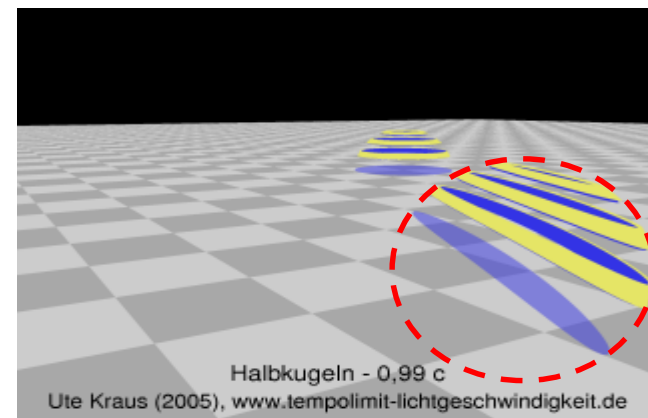
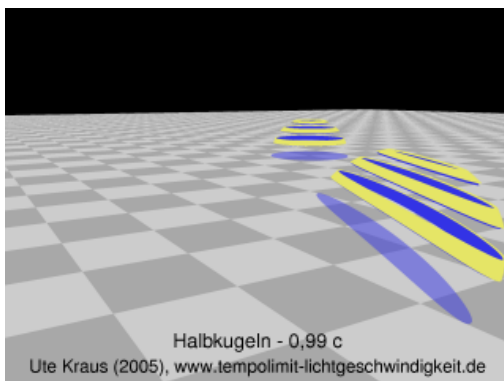
$v \ll c$



$v = 0,99 \cdot c$



$v = 0,9c$
ohne Lorentz-Kontraktion



Virtuelle Rundfahrt durch Tübingen

(in: <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>)



Copyright Marc Borchers

Quelle:

Kraus, Ute, Ruder, Hanns, Weiskopf, Daniel und Zahn, Corvin:
Was Einstein noch nicht sehen konnte, 2002,
in: <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>

Zugrundegelegt wird ein 3-dimensionales detailliertes Modell von Tübingen.

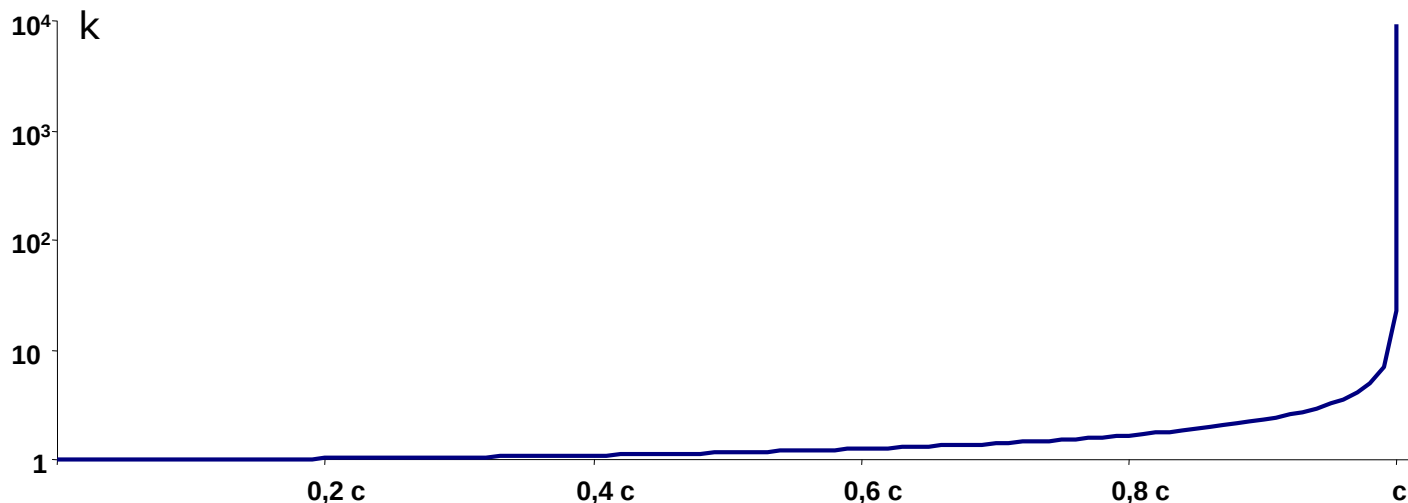
Die Lichtgeschwindigkeit wird auf 30 km/h herabgesetzt.

Die relativistische Masse

Wenn wir für $m(v=0) = m_0$ schreiben, erhalten wir für die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit den Ausdruck:

$$m(u) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Die Masse m_0 ist die Ruhemasse, die Masse, die in dem System gemessen wird, in dem das Teilchen ruht. Die relativistische Masse $m(u)$ wächst mit der Geschwindigkeit, wie der Faktor k .



Energie-Äquivalent

$$m(u) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \approx m_0 \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8} \left(\frac{u^2}{c^2} \right)^2 + \dots \right]$$

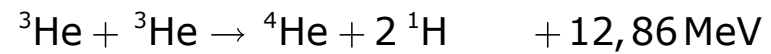
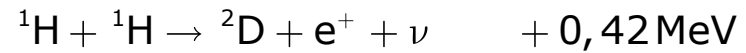
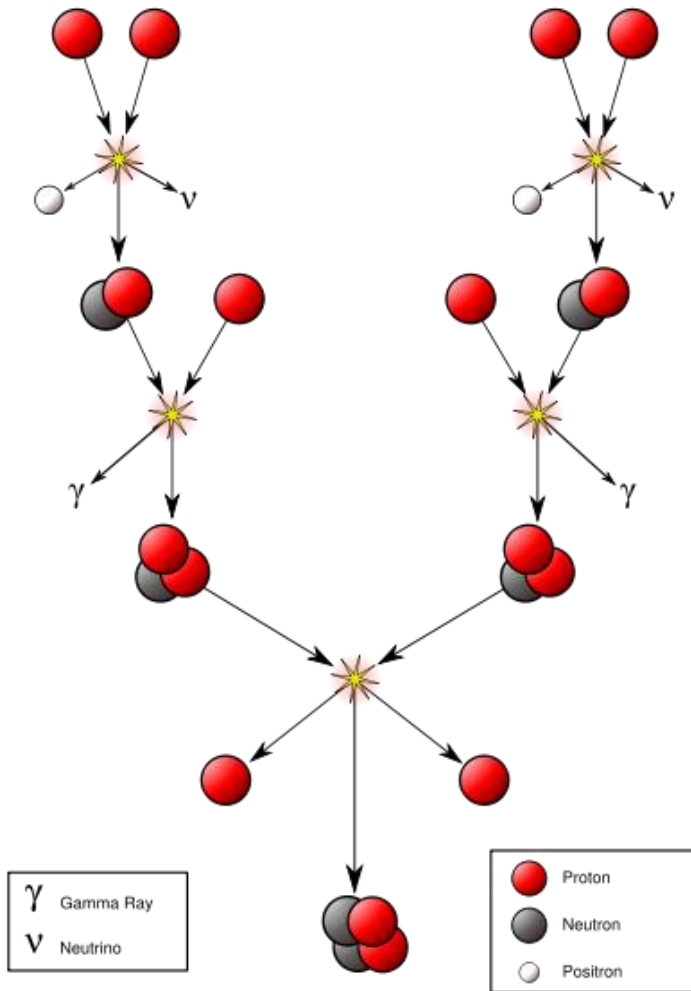
$$m u \approx m_0 + \frac{1}{2} m_0 u^2 \frac{1}{c^2} + \dots$$

$$\approx m_0 + \frac{E_{\text{kin}}}{c^2} + \dots$$

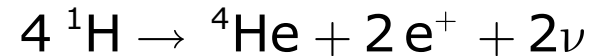
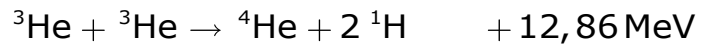
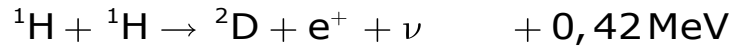
Die relativistische Masse erhält durch Zuführung der Energie E einen Zuwachs vom Betrag E/c^2

Jede Masse m ist mit der *Energie* $= m \cdot c^2$ und jede Energie E ist mit der *Masse* $= E/c^2$ verbunden.

Kernfusion – p-p-Kette



Energieüberschuß der p-p-Kette



Zur Berechnung des Energieüberschusses:

- Die ersten beiden Reaktionen müssen doppelt gezählt werden, da zwei ${}^3\text{He}$ -Atome benötigt werden, um ein ${}^4\text{He}$ -Atom zu bilden.
- Das Positron e^+ reagiert mit einem Elektron der Umgebung und zestraht in 2 Gamma-Quanten von 1,022 MeV.
- Die kinetische Energie von 0,26 MeV des Neutrinos verschwindet ungehindert aus dem Stern.

Energieüberschuß:

$$2 \cdot (0,42 \text{ MeV} + 1,022 \text{ MeV} + 5,49 \text{ MeV} - 0,26 \text{ MeV}) + 12,86 \text{ MeV} = 26,204 \text{ MeV}$$